الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2012

الشعب: آداب وفلسفة + لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المـــدة: ساعتان ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

اذكر في كل حالة من الحالات الآتية إن كانت العبارة المقترحة صحيحة أو خاطئة مع التّعليل.

1. n و n' عددان طبيعيان حيث: $n = 3n' + 5$. باقي قسمة n على 3 هو 5.
2. باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2012} على 7 هو 4. (لاحظ أن: $2012 = 3\times 670 + 2$)
3. n عدد صحيح حيث : $n \equiv 2[11]$. باقي القسمة الإقليدية للعدد $2n^2 - 9$ على 11 هو 10.
4. g الدالة المعرفة على المجال $]-1 ; +\infty[$ بالعبارة : $g(x) = \dfrac{2x+1}{x+1}$

(C_g) التمثيل البياني للدالة g في مستو منسوب إلى معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) (C_g) يشمل النقطة $A\left(\frac{1}{2};\frac{4}{3}\right)$.

ب) المنحنى (C_g) يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي -2 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a ، b ، c ثلاثة حدود متتابعة لمتتالية حسابية متزايدة أساسها r حيث : $a+b+c=9$

1. أ) احسب b ثم اكتب a و c بدلالة r.

ب) علمًا أنّ : $a\times c = -16$

- عيّن الأساس r ثم استنتج a و c .

2. (u_n) متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = -2$ و أساسها 5 .

أ) عبّر عن الحدّ العام u_n بدلالة n.

ب) احسب u_{15} ثم استنتج المجموع : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{15}$

3. (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $8v_n - u_n = 0$

- احسب المجموع : $S' = v_0 + v_1 + \cdots + v_{15}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=-x^3+3x^2-4$

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
2. احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها . (f' الدالة المشتقة للدالة f)
3. شكّل جدول تغيّرات الدالة f .
4. أ) اكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة 1 .

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)-(3x-5)=-(x-1)^3$

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) و المستقيم (Δ).

5. احسب $f(-1)$ ثمّ أنشئ المماس (Δ) و المنحنى (C) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عددان طبيعيان بحيث : $a+b \equiv 7[11]$ و $a-b \equiv 5[11]$

1. أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a^2-b^2 على العدد 11 .

ب) بيّن أنّ : $2a \equiv 1[11]$ و $2b \equiv 2[11]$ ثم استنتج أنّ: $a \equiv 6[11]$ و $b \equiv 1[11]$

2. أ) أثبت أنّ : $a^5 \equiv -1[11]$

ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي k : $a^{10k} \equiv 1[11]$

3. أ) تحقّق أنّ : $2012 = 10 \times 201 + 2$

ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{2012} على العدد 11 .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية متزايدة ، أساسها r ، حدّها الأول u_1 و $u_3 = 7$.

1. أ) احسب بدلالة r الجدائين : $T_1 = u_1 \times u_5$ و $T_2 = u_2 \times u_4$

ب) عيّن الأساس r بحيث : $T_2 - T_1 = 27$

2. نضع $r = 3$.

أ) اكتب عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n .

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

بيّن أنّ : $S_n = \dfrac{3n^2 - n}{2}$

ج) جد العدد الطبيعي n بحيث : $S_n = 145$

3. أ) اكتب الحدّ u_{n+5} بدلالة العدد الطبيعي n .

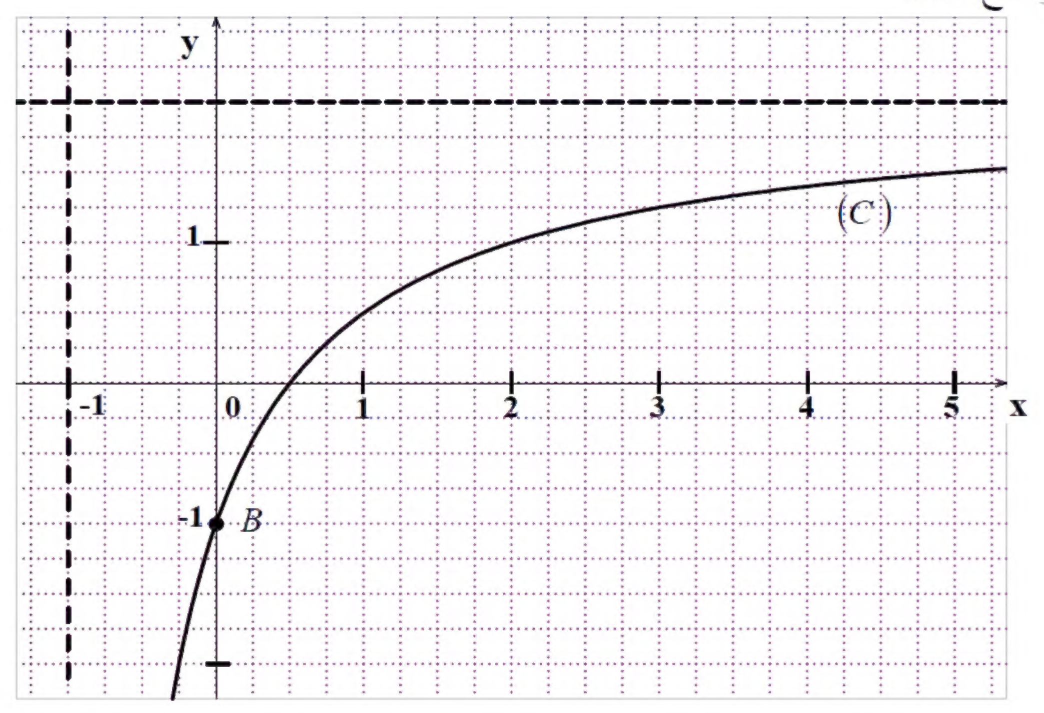
ب) تحقّق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $\dfrac{u_{n+5}}{n} = 3 + \dfrac{13}{n}$

ج) استنتج الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها العدد $\dfrac{u_{n+5}}{n}$ طبيعيا .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على المجال $]-1\,;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=2-\frac{a}{x+1}$ حيث a عدد حقيقي.

يرمز (C) إلى التّمثيل البياني للدالة f في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ كما هو موضّح أدناه.



1. اعتمادا على التمثيل البياني (C) بيّن أنّ: $a=3$.

2. أ) احسب النهايتين $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجتين هندسيا.

ب) احسب $f'(x)$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f على $]-1\,;+\infty[$. (f' الدالة المشتقة للدالة f)

3. أ) حل في المجال $]-1\,;+\infty[$ المعادلة : $f'(x)=\frac{3}{4}$

ب) (D) مستقيم معادلته: $y=\frac{3}{4}x-1$

اكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) الذي يوازي المستقيم (D) .

4. احسب $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ثمّ حلّ بيانيا المتراجحة $f(x)\geq 0$.

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
الموضوع الأول		
التمرين الأول : (06 نقاط)		
1. خاطئة	0.5	
$n=3(n'+1)+2$ ، الباقي هو 2.	0.75	
2. صحيحة	0.5	
$2^{2012}=2^{3\times670+2}$ و $2^3\equiv1[7]$ عندئذ $2^{2012}\equiv2^2[7]$ أي $2^{2012}\equiv4[7]$	0.75	
3. صحيحة	0.5	
$2n^2-9\equiv-1[11]$ ومنه $2n^2-9\equiv10[11]$	0.75	
4.أ) صحيحة	0.5	
$g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{4}{3}$	0.5	06
ب) خاطئة	0.5	
$g'(x)=\frac{1}{(x+1)^2}>0$	0.75	
التمرين الثاني : (06 نقاط)		
1. أ) $b=3$ و $a=3-r$ و $c=3+r$	2×0.25+0.5	
ب) $r^2=25$ ، الحلول : $r=5$ و $r=-5$	2×0.25+0.5	
$r=-5$ مرفوض ومنه $r=5$ مقبول	2×0.25	
$a=-2$ و $c=8$	2×0.25	
2. أ) $u_n=u_0+nr$ و $u_n=-2+5n$	0.5+0.25	06
ب) $u_{15}=73$	0.5	
$S=\frac{16}{2}(u_0+u_{15})$ ومنه $S=568$	0.5+0.25	
3. $S'=\frac{1}{8}S$ ومنه $S'=71$	0.5+0.5	

71

التمرين الثالث : (08 نقاط)

.1 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ .... 2×0.5

.2 $f'(x)=-3x^2+6x$ 1

الإشارة :.................................. 0.5

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

.3 جدول التغيّرات 1

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	0	↘	$-\infty$

.4أ) $y=f'(1)(x-1)+f(1)$ .... 0.25 — 8

$(\Delta): y=3x-5$ 0.75

ب) $f(x)-(3x-5)=-x^3+3x^2-3x+1$ 0.5

$-(x-1)^3=-x^3+3x^2-3x+1$ 0.5

ج) الوضعية :.................................. 0.75

(C) فوق المستقيم (Δ) إذا كان $x<1$

(C) تحت المستقيم (Δ) إذا كان $x>1$

(Δ) يقطع المستقيم (C) إذا كان $x=1$

.5 $f(-1)=0$ 0.25

رسم (Δ) و (C) .... 1+0.5

72

الموضوع الثاني		
التمرين الأول : (06 نقاط)		
1. أ) بالضرب $a^2-b^2\equiv35[11]$ ومنه $a^2-b^2\equiv2[11]$	2×0.5	
ب) بالطرح $2b\equiv2[11]$ ومنه $b\equiv1[11]$	2×0.5	
بالجمع $2a\equiv12[11]$ ومنه $2a\equiv1[11]$ ومنه $a\equiv6[11]$	3×0.5	
2. أ) $a^5\equiv10[11]$ أي $a^5\equiv-1[11]$	0.5	
ب) $a^{10k}\equiv1[11]$	1	6
3. أ) التحقق : $2012=10\times201+2$	0.25	
ب) $a^{2012}\equiv a^2[11]$ و $a^2\equiv3[11]$ ومنه $a^{2012}\equiv3[11]$	0.75	
التمرين الثاني :(06 نقاط)		
I. 1. $u_1=7-2r$ و $u_5=7+2r$ ومنه $T_1=49-4r^2$	0.75	
$u_2=7-r$ و $u_4=7+r$ ومنه $T_2=49-r^2$	0.75	
2. $T_2-T_1=3r^2$ و $r=3$ أو $r=-3$ مرفوض........................	3×0.25	
II.1. أ) $u_n=u_3+(n-3)r$ و $u_n=3n-2$	0.5+0.25	
ب) $S_n=\frac{n}{2}(u_1+u_n)$ و $S_n=\frac{3n^2-n}{2}$........................	0.5+0.25	6
ج) $\sqrt{\Delta}=59$ و $n_1=10$ أو $n_2=-\frac{29}{3}$ (مرفوض)	3×0.25	
2. أ) $u_{n+5}=3n+13$	0.5	
ب) التحقق : $\frac{u_{n+5}}{n}=3+\frac{13}{n}$	0.5	
ج) $n=1$ أو $n=13$	0.5	

73

التمرين الثالث :(08 نقاط)

الإجابة	العلامة (مجزأة)	المجموع
1) $f(0)=-1$ ومنه $2-a=-1$ أي $a=3$	0.75+0.25	8
2) أ) $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} -1} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$	2×0.5	
التفسير الهندسي : $x=-1$ و $y=2$ مستقيمان مقاربان	2×0.5	
ب) $f'(x)=\dfrac{3}{(x+1)^2}$	1	
جدول التغيّرات	1	
3) أ) $f'(x)=\dfrac{3}{4}$ تكافئ $x^2+2x-3=0$	0.5	
$\Delta=16$ ، الحلول : $x_1=1$ أو $x_2=-3$ (مرفوض)	0.5	
ب) $y=f'(1)(x-1)+f(1)$	0.25	
$y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{1}{4}$	0.75	
4) $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=0$ ، $S=\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right[$	2×0.5	

x	-1	$+\infty$
$f'(x)$	‖	+
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗ 2

74